

ВѢСТНИКЪ

МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ НАУКЪ.

№ 28 и 29.

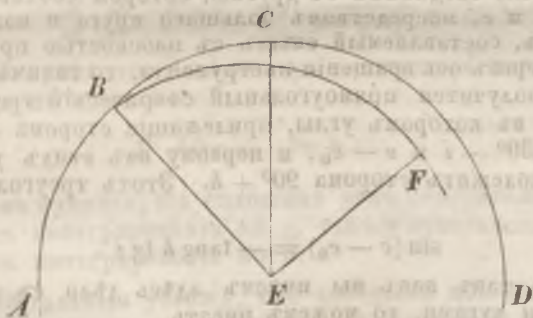
СОДЕРЖАНІЕ.—I. Краткое изложене теоріи меридіаннаго круга, *Г.*—О зависимости произвольной функции отъ суммъ конечныхъ, *Коцеевскаго.*—Дополненіе къ запискѣ о Численномъ циркѣ, *Л. Износкова.* II. Библиографическій указатель. III. Извѣстіе о результатахъ закавказской триангуляціи *Стебницкаго.*—Новый способъ опредѣленія теплопроводимости металловъ *Энгистрома.* О влияніи температуры на электропроводимость металловъ, *Матиссена и Бозе.*—Замѣчаніе относительно функцій (*Г.*) *Эннепера.* Краткія извѣстія.

I.

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНІЕ ТЕОРИИ МЕРИДІАННАГО КРУГА.

(по Ганзену) (*).

Представимъ себѣ около центра инструмента сферу неопредѣленнаго радіуса и обозначимъ на опой *ABCD*—меридіанъ мѣста наблюденія; *C*—зенитъ; *B*—полюсъ экватора; *E*—пунктъ пересѣченія сферы съ продолженіемъ западнаго конца оси вращенія инструмента; *F*—пунктъ пересѣченія продолженной линіи зрѣнія.



Пусть будетъ: $EB = 90^\circ - p$; $\angle CBE = 90^\circ + q$; $CE = 90^\circ + n$; $\angle BCE = 90^\circ - a$ и $BC = 90^\circ - \varphi$. Здѣсь очевидно: p обозначаетъ наименьшее разстояніе отъ полюса до круга, описываемаго линією зрѣнія трубы, предполагая, что послѣдняя перпендикулярна къ оси вращенія инструмента; q есть часової уголъ, подъ которымъ эта линія зрѣнія пересѣкаетъ экваторъ; n наклоненіе оси вращенія трубы къ горизонту (считаемое положительнымъ, если восточный конецъ оси выше); a —азимутъ инструмента (считаемый положительнымъ отъ юга на западъ); наконецъ φ —широта мѣста наблюденія.

Треугольникъ *BCE* непосредственно даетъ:

$$(1) \begin{cases} \cos p \cos q = \cos n \cos a \\ \cos p \sin q = \sin n \cos \varphi + \cos n \sin \varphi \sin a \\ \sin p = -\sin n \sin \varphi + \cos n \cos \varphi \sin a \end{cases}$$

Какъ скоро величины p , q , n , a весьма малы, т. е. такъ, что \cos -ы этихъ дугъ могутъ быть приняты за единицы, а вмѣсто \sin -овъ подставлены самыя дуги; то предыдущія уравненія превратятся въ слѣдующія приближенныя:

$$\begin{aligned} q &= n \cos \varphi + a \sin \varphi \\ p &= -n \sin \varphi + a \cos \varphi; \end{aligned}$$

откуда слѣдуетъ:

$$\begin{aligned} q &= n \sec \varphi + p \tan \varphi \\ a &= n \tan \varphi + p \sec \varphi. \end{aligned}$$

Далѣе пусть будетъ $\angle CBF = \tau$; $BF = 90^\circ - \delta$, $EF = 90^\circ + k$; $\angle BEF = 90^\circ - (\delta' + c)$. Поэтому τ и δ обозначаютъ часовой уголъ и склоненіе звѣзды, находящейся въ моментъ наблюденія на действительной линіи зрѣнія; k уголъ этой линіи зрѣнія съ такъ называемою оптическою осью трубы; δ' результатъ отчетовъ на кругъ и с коллимаціонная поправка онаго (*).

(*) Само собою разумѣется, что при этомъ дѣленія на кругѣ должны возрастать въ одну и ту же сторону съ склоненіями; это возможно только въ одномъ положеніи инструмента, въ противоположномъ же случаѣ всѣ поправки для отчета на кругѣ δ' , коихъ выраженія будутъ даны ниже, должны получить также противныя знаки.

(*) Мы имѣли предвидѣніе представить нѣсколько статей изъ области практической астрономіи, пользуясь отчасти нѣкоторыми рукописными замѣтками, составленными по указаніямъ знаменитаго Директора Обсерваторіи въ Геттѣ, а также и его опубликованными уже сочиненіями. *Ред.*

Теперь треугольник BEF , подобно предыдущему, даетъ:

$$(2) \begin{cases} \cos \delta \cos (\tau - q) = \cos k \cos (\delta' + c) \\ \cos \delta \sin (\tau - q) = -\sin k \cos p - \cos k \sin p \sin (\delta' + c) \\ \sin \delta = -\sin k \sin p + \cos k \cos p \sin (\delta' + c) \end{cases}$$

Эти уравнения обращаются въ слѣдующія приближенныя, какъ скоро мы можемъ довольствоваться только членами 1-го порядка:

$$\tau = q - k \sec \delta - p \tan \delta \quad \text{и} \quad \delta = \delta' + c.$$

Если α обозначаетъ прямое восхожденіе наблюдаемой звѣзды, T звѣздное время часовъ въ моментъ наблюденія и ΔT поправку этихъ часовъ, то мы имѣемъ:

$$\tau = T + \Delta T - \alpha;$$

а слѣдовательно, если α извѣстно, получимъ

$$\Delta T = q + \alpha - \{T + k \sec \delta + p \tan \delta\},$$

если же α неизвѣстно, а напротивъ ΔT можетъ быть выведено изъ другихъ наблюденій, то имѣемъ

$$\alpha = T + \Delta T - q + k \sec \delta + p \tan \delta.$$

Этими уравненіями обыкновенно пользуются для опредѣленія поправки часовъ и прямого восхожденія новыхъ звѣздъ, подъ условіемъ, что поправки инструмента k , p и n (вход. въ q) весьма незначительны, что въ постоянныхъ инструментахъ всегда имѣетъ мѣсто. Эти поправки опредѣляются обыкновенно или во время самаго наблюденія, или нѣсколько прежде и послѣ; а именно k посредствомъ переложенія инструмента во время кульминаціи близъ-полярной звѣзды, или же по наблюденію *миры*, въ обихъ положеніяхъ инструмента, снабженной микрометрическимъ винтомъ, или по крайней мѣрѣ дѣленіями, коихъ угловая величина извѣстна; p посредствомъ нивелированія и наконецъ r изъ послѣдней формулы, которая для другой звѣзды даетъ

$$\alpha = T + \Delta T - q + k \sec \delta' + p \tan \delta',$$

откуда слѣдуетъ

$$p = \frac{\alpha - \alpha' - (T + k \sec \delta' - T' - k \sec \delta')}{\tan \delta - \tan \delta'}.$$

причемъ допускается, что ходъ часовъ столь незначителенъ, что поправка ΔT для обихъ звѣздъ остается неизмѣнною. Очевидно, что p опредѣляется тѣмъ точнѣе, чѣмъ знаменатель будетъ болѣе; слѣд. чѣмъ различнѣе склоненія обихъ употребленныхъ для того звѣздъ, которыя при томъ должны быть извѣстны. Можно замѣтить еще что τ опредѣляется строго изъ двухъ первыхъ уравненій (2) посредствомъ \tan ; но этою формулою не приходится никогда пользоваться.

Что касается опредѣленія склоненія; то послѣднее изъ уравненій (2) тотчасъ даетъ, пренебрегая членами третьяго и высшихъ порядковъ:

$$\delta = \delta' + c - \frac{1}{2} (k^2 + p^2) \tan (\delta' + c) - kp \sec (\delta' + c).$$

Отчетъ на кругъ δ' должно представлять себѣ непрерывно возрастающимъ отъ южнаго пункта въ экваторъ къ сѣверному полюсу и далѣе; поэтому для нижней

кульминации $\delta' + c$ должно быть болѣе 90° . Въ такомъ случаѣ оба послѣдніе поправочные члена предыдущаго уравненія получать противные знаки.

Еще можно въ послѣднемъ уравненіи k выразить во времени, которое употребляетъ звѣзда, дабы отъ линіи зрѣнія, перпендикулярной къ оси вращенія достигнуть той линіи зрѣнія, въ которой она была дѣйствительно наблюдаема. Называя потребное для сего время t , мы можемъ подставить

$$k = -t \cos (\delta' + c)$$

и тогда получимъ:

$$\delta = \delta' + c - \frac{1}{2} p^2 \tan (\delta' + c) - \frac{1}{4} t^2 \sin^2 (\delta' + c) + tp.$$

Всякая другая линія зрѣнія, отличающаяся отъ предыдущей своимъ положеніемъ, должна опредѣляться другими c , k , а слѣдоват. и t .

Положимъ, что эти величины принимаютъ значеніе c_1 , t_1 и соответственный имъ отчетъ на кругъ для той же звѣзды δ'_1 . Если $c_1 - c$ весьма мало, то мы имѣемъ право писать:

$$\delta = \delta'_1 + c_1 - \frac{1}{2} p^2 \tan (\delta' + c) - \frac{1}{4} t_1^2 \sin^2 (\delta' + c) + t_1 p$$

При пользованіи этимъ уравненіемъ t_1 должно быть опредѣлено изъ времени, въ которое произведена окончательная установка на звѣзду; но c_1 или $c_1 - c$ должно быть изслѣдовано особо. — Пусть c_0 означать коллимацию круга, принадлежащую перпендикулярной къ оси вращенія линіи зрѣнія, для которой $k = 0$. Если эту линію мы соединимъ съ другою, которой соответствуютъ k и c , посредствомъ большаго круга и назовемъ i уголъ, составляемый онымъ съ плоскостью проходящею черезъ ось вращенія инструмента, то такимъ образомъ получится прямоугольный сферическій треугольникъ, въ которомъ углы, прилежащіе сторонѣ $= 90^\circ$, суть $180^\circ - i$ и $c - c_0$, и первому изъ этихъ угловъ противолежитъ сторона $90^\circ + k$. Этотъ треугольникъ даетъ:

$$\sin (c - c_0) = -\tan k \tan i.$$

А такъ какъ мы имѣемъ здѣсь дѣло съ весьма малыми дугами, то можемъ писать

$$c - c_0 = -k \tan i,$$

или

$$c - c_0 = t \tan i \cos (\delta' + c).$$

Если мы примемъ, что наблюдаемая для опредѣленія склоненія звѣзда будетъ каждый разъ приводима на середину промежутка между 2-мя параллельными, т. е. горизонтальными нитями, то всѣ линіи зрѣнія, въ коихъ производятся наблюденія, должно принять лежащими въ одномъ и томъ же большемъ кругѣ, а поэтому для другаго наблюденія мы получимъ также

$$c_1 - c_0 = t_1 \tan i \cos (\delta' + c),$$

и вообще подобное уравненіе для каждаго новаго наблюденія той же звѣзды. А потому, исключая при помощи этихъ выраженій c и c_1 изъ обихъ предыдущихъ уравненій для δ мы находимъ:

$$\delta = \delta' + c_0 - \frac{1}{2} p^2 \tan(\delta' + c) - \frac{1}{4} t^2 \sin 2(\delta' + c) + \\ + t \{p + \operatorname{tg} i \cos(\delta' + c)\}$$

и

$$\delta = \delta_1 + c_0 - \frac{1}{2} p^2 \tan(\delta' + c) - \frac{1}{4} t_1^2 \sin 2(\delta' + c) + \\ + t_1 \{p + \operatorname{tg} i \cos(\delta' + c)\}$$

и т. д.

Эти же выражения, взятые по парно, служат к определению i , а именно они дают

$$\operatorname{tg} i \cdot \cos(\delta' + c) = \frac{\{\delta' - \frac{1}{4} t_1^2 \sin 2(\delta' + c)\} - \{\delta' - \frac{1}{4} t^2 \sin 2(\delta' + c)\}}{t_1 - t} \cdot p.$$

Дабы посредством этой формулы сколь возможно точно определить $\operatorname{tg} i$, должно во время кульминации полярной звезды произвести возможно большее число полных наблюдений склонения. Положим что произведено оных m , тогда получится $m - 1$ уравнение,

подобное предыдущему, которая должно разрешить в отношении $\operatorname{tg} i \cos(\delta' + c)$ по методу наименьших квадратов. Найденная таким образом величина $\operatorname{tg} i$ может быть употребляема в выражениях δ для какой угодно звезды.

В отношении наблюдений звезд в нижней кульминации нужно только замечать, что в таком случае как $\operatorname{tg}(\delta' + c)$ так и $\sec(\delta' + c)$ должны быть принимаемы отрицательными.

Прим. Для практического пользования предыдущими формулами небезполезно еще замечать, что в выражениях для δ в последнем члене t и t_1 годите выразить в секундах времени и соответственно определить единицу для p . Так как в других формулах для приведения наблюдений к меридиану p обыкновенно бывает выражено в секундах времени, и так как здесь tp и t_1p должны давать секунды дуги; поэтому первоначальная величина p при употреблении оной в выражениях для δ должна быть предварительно умножена на

$$\frac{(15)^3}{206265''} \quad G.$$

О зависимости произвольной функции от сумм конечных.

(См. № 17, 20 и 21).

Найдем, значение следующей двойной суммы:

$$\sum_{a \in} \sum_{b \in} F(x, \psi y) \frac{\Delta \Phi u y}{y \varphi(\Delta y)}.$$

В ней сумма относительно y — сплошная между пределами $a \in$ и $b \in$, и

$$\sum \Delta \Phi z = \Phi z + C,$$

причем функция Φz сплошная как относительно пределов интегрирования по y , так и относительно пределов интегрирования по u .

Остальные условия, при которых можем найти значение рассматриваемой суммы, укажет сам анализ.

Просуммировав данную сумму по u , получим:

$$\sum_{\varepsilon^2} \frac{1}{\varepsilon} \Delta \Phi u y = \Phi\left(\frac{y}{\varepsilon}\right) - \Phi(\varepsilon^2 y).$$

В следствие чего рассматриваемая сумма превратится

$$\sum_a^b F(x, \psi \varepsilon z) \left[\frac{\Phi(z) - \Phi(\varepsilon^3 z)}{z \cdot \varepsilon \cdot \varphi(\Delta \varepsilon z)} \right] = \left\{ F(x, \psi \varepsilon z) \left[\frac{\Phi(z) - \Phi(\varepsilon^3 z)}{z \cdot \varepsilon \cdot \varphi(\Delta \varepsilon z)} \right] \right\}_{z=a} + \left\{ F(x, \psi \varepsilon z) \left[\frac{\Phi(z) - \Phi(\varepsilon^3 z)}{z \cdot \varepsilon \cdot \varphi(\Delta \varepsilon z)} \right] \right\}_{z=a+h} + \\ + \left\{ F(x, \psi \varepsilon z) \left[\frac{\Phi(z) - \Phi(\varepsilon^3 z)}{z \cdot \varepsilon \cdot \varphi(\Delta \varepsilon z)} \right] \right\}_{z=b-h}.$$

в

$$\sum_{a \in}^b F(x, \psi y) \left[\frac{\Phi\left(\frac{y}{\varepsilon}\right) - \Phi(\varepsilon^2 y)}{y \varphi(\Delta y)} \right].$$

Изменив в последней сумме переменную y в z , будем иметь:

$$\sum_a^b F(x, \psi \varepsilon z) \left[\frac{\Phi(z) - \Phi(\varepsilon^3 z)}{z \cdot \varepsilon \cdot \varphi(\Delta \varepsilon z)} \right]$$

Откуда, с ясностью видим что функция $F(x, \psi \varepsilon z)$, при независимости x от z , может быть вынесена за знак суммы, когда, при этом, функция $\psi(\varepsilon z)$ не будет зависеть от z ; а для этого необходимо и достаточно, чтобы $\psi \varepsilon z$, при $\varepsilon = 0$, обращалась в функцию $\psi(0)$, — чему удовлетворим, приняв a и b величинами конечными; но, так как, в этом случае, данная сумма обращается в близкорасходящуюся; то поэтому остается нам принять, чтобы, по крайней мере, один из пределов a или b был бесконечно-большим, и постараться, при этом найти условия возможности выноса функции $F(x, \psi \varepsilon z)$ за знак суммы. С этой целью разложим последнюю сумму, на сумму частных значений. Тогда:

Изъ этого равенства усматриваемъ, что, для конечныхъ значений z , $F(x, \psi \varepsilon z)$, при $\varepsilon = 0$ обращается въ $(F(x, \psi 0))$; для значений же бесконечно-большихъ $F(x, \psi \varepsilon z)$ обращается въ $F(x, \psi w)$; а изъ этого слѣдуетъ, что, для достиженія нашей цѣли, необходимо чтобы члены разложеній, содержащіе въ себѣ $F(x, \psi w)$, сдѣлались независимыми отъ нея, т. е. обращались-бы въ нуль, или же въ неопредѣленность (*). Этого же достигнемъ, когда каждое изъ частныхъ значений разсматриваемой суммы, для бесконечныхъ значений z , будетъ обращаться въ 0 или въ $\frac{0}{0}$; и кромѣ того, когда функція $F(x, \psi \varepsilon z)$ для этихъ значений будетъ величиною конечною.

Впрочемъ она, для бесконечно-большихъ значений z , можетъ обращаться въ ∞ , только, при этомъ, произведение этой ∞ на значеніе каждаго изъ членовъ разложенія, должно обращаться въ 0 или въ $\frac{0}{0}$.

Каждое же изъ частныхъ значений суммы, для бесконечно-большихъ значений z , сдѣлается 0 или $\frac{0}{0}$, при условіи, когда функція Φz для этихъ значений будетъ обращаться въ 0 или въ $\frac{0}{0}$; принимая, при этомъ, что значеніе суммы $\sum \frac{\Phi y}{y}$ равно $\varphi(\Delta y)$, причемъ φ есть такая функція, отъ приращенія Δy , которой произведение, по измѣненіи въ ней Δy въ $\Delta \varepsilon z$, на ε приводится къ $\varphi(\Delta z)$, т. е. $\varepsilon \varphi(\Delta \varepsilon z) = \varphi(\Delta z)$.

Если къ сказанному нами прибавимъ еще, что предѣлы a и b могутъ быть бесконечностями не выше втораго порядка, а функція Φz нечетная; тогда функція $\Phi \varepsilon^3 z$, при $\varepsilon = 0$, обратится въ нуль; въ слѣдствіе чего, взявъ функцію $F(x, \psi 0)$ за общій множитель, въ скобкахъ получимъ сумму частныхъ значений конечнаго интеграла:

$$\sum_{a}^b \frac{\Phi z}{z} = \varphi(\Delta z);$$

чрезъ что искомая сумма получить слѣдующее значеніе:

$$\sum_{a \varepsilon}^b \frac{1}{\varepsilon^2} F(x, \psi y) \frac{\Delta \Phi y}{y} = F(x, \psi 0) \varphi(\Delta z),$$

которое приводитъ насъ къ слѣдующей теоремѣ:

$$(A) \quad F(x, \psi 0) = \frac{1}{\varphi(\Delta z)} \sum_{a \varepsilon}^b \frac{1}{\varepsilon^2} F(x, \psi y) \frac{\Delta \Phi y}{y}.$$

Замѣтимъ, что въ этой теоремѣ, подобно тому, какъ и въ теоремѣ, данной нами въ 17 М «Вѣстника Математическихъ Наукъ», имѣютъ мѣсто: интегрированіе въ предѣлахъ, — внѣ предѣла и обратный способъ

интегрированія; но мы на этомъ не будемъ останавливаться, и прямо перейдемъ къ частнымъ приложеніямъ теоремы (A).

Для сего напомнимъ въ ней вмѣсто Φ функцію \sin ; тогда:

$$\varphi(\Delta y) = \sum_a^b \frac{\sin y}{y},$$

гдѣ, чтобы функція φ удовлетворяла выше изложенному условію, необходимо взять для предѣловъ значенія $a = -\infty$, $b = +\infty$; въ такомъ случаѣ найдемъ:

$$\varphi(\Delta y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin y}{y} = \frac{\pi}{\Delta y} \quad (*)$$

$$\frac{\pi}{\Delta y} F(x, \psi 0) = \sum_{-n}^m \sum_0^{\infty} F(x, \psi y) \frac{\Delta \sin uy}{y}.$$

Представимъ послѣднюю формулу въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{\pi}{\Delta y} F(x, \psi 0) = \sum_{-n}^m \int_0^{\infty} F(x, \psi y) \frac{\partial \sin uy}{y},$$

или

$$\frac{\pi}{\Delta y} F(x, \psi 0) = \sum_{-n}^m \int_0^{\infty} F(x, \psi y) \cos uy \, dy,$$

что позволительно, ибо

$$\sum \frac{\Delta \sin uy}{y} = \int \cos uy = \frac{\sin uy}{y} + C.$$

На основаніи же статьи, данной нами въ 22-мъ М «Вѣстника Математическихъ Наукъ», вмѣсто предѣлующей формулы можетъ написать:

$$(B) \quad \frac{\pi}{\Delta u \cdot \Delta y} \varphi(x, \psi 0) = \sum_{-n}^m \varphi(x, \psi y) \left[\left\{ \sum_0^{\infty} \cos uy \right\} - \frac{1}{2} \right]$$

или:

$$(C) \quad \frac{2\pi}{\Delta u \cdot \Delta y} \varphi(x, \psi 0) = \sum_{-n}^m \sum_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, \psi y) \cos uy.$$

Сдѣлаемъ приложеніе формулы (B) къ нахожденію одного конечнаго интеграла.

Для сего положимъ въ ней:

$m = n$, $\varphi(x, \psi y) =$ постоянному числу; тогда получимъ:

$$\frac{\pi}{\Delta u \cdot \Delta y} = \sum_{-n}^n \left[\left\{ \sum_0^{\infty} \cos uy \right\} - \frac{1}{2} \right];$$

откуда:

$$(*) \quad \text{Дѣйствительно, въ этомъ случаѣ, } \frac{\pi}{\Delta \varepsilon z} \cdot \varepsilon = \frac{\pi}{\Delta z}.$$

(*) Мы здѣсь подъ неопредѣленностію понимаемъ неопредѣленность въ родѣ $\sin(\infty)$.

$$\sum_{-n}^n \cos ny = \frac{\sin u \left(n - \frac{\Delta y}{2}\right) - \sin u \left(-n - \frac{\Delta y}{2}\right)}{2 \sin \frac{u \Delta y}{2}} = \frac{2 \sin (nu) \cdot \cos \frac{u \Delta y}{2}}{2 \sin \frac{u \Delta y}{2}} = \sin (nu) \cdot \cotg \frac{u \Delta y}{2}.$$

Поэтому:

$$\frac{\pi}{\Delta u \cdot \Delta y} + \frac{n}{\Delta y} = \sum_0^{\infty} \sin (nu) \cdot \cotg \frac{u \Delta y}{2}.$$

Считаю излишним говорить, что формула (C), будучи представлена подъ видомъ:

$$(D) \quad \frac{2\pi \varphi(x)}{\Delta u \cdot \Delta y} = \sum_{-n}^m \sum_{-\infty}^{+\infty} \varphi(y) \cdot \cos u(y-x),$$

можетъ быть приложена къ интегрированію нѣкоторыхъ уравненій въ частныхъ производныхъ втораго порядка.

Полагая въ формулѣ (D) $\Delta u = du$, $\Delta y = dy$, получимъ:

$$2\pi \varphi(x) = \int_{-n}^m \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(y) \cos u(y-x) du dy.$$

Такъ изъ отношенія, существующаго между произвольною функціею и суммами конечными выводится теорема французскаго геометра.

30 Марта 1862 года.

Н. Коцневскій.

С. Петербургъ.

Дополненіе къ замѣткѣ о численномъ циркѣ (полмъц. въ N. 22).

1. Въ предъидущей статьѣ мы вывели, что квадратъ всякаго числа (исключая 1, 2, 3), будучи раздѣленъ на сумму чиселъ, стоящихъ передъ нимъ, даетъ въ частномъ два и въ остаткѣ разсматриваемое число; такъ что, означая число черезъ n , сумму чиселъ стоящихъ передъ нимъ S_{n-1} , получимъ:

$$n^2 = 2S_{n-1} + n$$

или, выражая эту теорему сравненіемъ получимъ:

$$n^2 + n \equiv 0 \pmod{\frac{n(n+1)}{2}}$$

что, очевидно, справедливо для всякаго числа.

Мы нашли также слѣдующую зависимость:

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{n-1}) + S_n = S_n^{(3)}$$

гдѣ:

$$S_1 = 1; \quad S_2 = 1 + 2 = \frac{2 \cdot 3}{2},$$

и вообще:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m + 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots (m+1) + 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots (m+2) + \dots + (n-(m-1)) (n-(m-2)) \dots (n-1)n = \frac{(n-(m-1))(n-(m-2)) \dots n(n+1)}{m+1},$$

или, полагая въ этой послѣдней строкѣ $n = 2m$, получимъ:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m + 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots m+1 + \dots + (m+1)(m+2) \dots 2m = (m+2)(m+3) \dots 2m(2m+1).$$

А раздѣляя на $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m$ и полагая $m+1 = p$ найдемъ:

$$1 + p + \frac{p(p+1)}{1 \cdot 2} + \frac{p(p+1)(p+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{p(p+1)(p+2) \dots 2p-2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p-1} = \frac{(p+1)(p+2) \dots 2p-1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p-2}.$$

2. Такъ какъ квадратъ всякаго числа можно составить изъ ряда нечетныхъ чиселъ, а именно:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2$$

$$S_3 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_n^{(2)} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

или, поставивъ въ найденное выраженіе значенія суммъ, найдемъ:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + (n-1)n + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

или:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1)n = \frac{(n+1)n(n+1)}{3}.$$

Подобнымъ образомъ можно писать:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + (n-2)(n-1)n = \frac{(n-2)(n-1)n}{4}.$$

то слѣд. чтобы получить квадратъ какаго нибудь четнаго числа изъ чиселъ нечетныхъ можно составить такой циркъ:

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2n - 1$$

сумма чиселъ котораго доставить $(2n)^2$.

1862 г. 5-го Января.

Л. Износковъ.

II.

Библиографическій указатель.

9. *Traité de la resolution des équations par Saint-Loup.*

Это небольшое сочиненіе дастъ можетъ быть болѣе, чѣмъ обѣщаетъ его заглавіе; такъ въ 4-й книгѣ между прочимъ содержатся весьма интересныя замѣчанія о вычисленіи уравненій, содержащихъ между численными коэффициентами одинъ произвольный, и относящихся къ тому таблицы, полезныя при многихъ вычисленіяхъ. Частое примѣненіе графическаго представленія кривыхъ, какъ вспомогательное средство для вычисленія, дабы ознакомиться приблизительно съ величиною корней, должно быть также отнесено къ существеннымъ достоинствомъ этого сочиненія.

10. *Amtlicher Bericht über die XXXV-te Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Königsberg im Sept. 1860.*

Этотъ довольно поздно появившійся отчетъ, содержащій по отдѣламъ Математики, Астрономіи и Физики слѣдующія статьи:

Ueber den Zusammenhang zwischen dem Ringpendel und dem mathematischen Pendel v. Pr. *Eisenlohr.*

Ueber Interferenz und Reflexion der Wärmestrahlen v. Prof. *Knoblauch.*

Ueber die electrische Induction einer Kreisscheibe und eines Kugelflächensegmentes v. Dr. *Lipschütz.*

Ueber die totale Sonnenfinsterniss 1860 v. *Mädler.*

Der galvanische Registrir-Apparat der Wilnaer Sternwarte v. *Gussew.*

11. *Cours élémentaire de physique, précédé de notions de mécanique et suivi de problèmes, par M. M. Boutan et d'Almeida. Paris 1862.*

Между многими руководствами къ Физикѣ, это сочиненіе стоитъ на ряду очень хорошихъ по своему логическому изложенію, порядку статей, точности опредѣленій и теоритическихъ выводовъ. Авторы ограничились только самыми существенными формулами; поэтому руководство имѣетъ характеръ элементарный. Руководство можно смѣло рекомендовать для начинающихъ.

12. *Der Electromagnetismus von Dr. Julius Dub. Berlin 1861.*

Эта наиболѣе разрабатываемая въ послѣднее время отрасль Физики изложена въ упоминаемомъ сочиненіи съ тою полнотою, ясностію и критическимъ тактомъ, какихъ только можно требовать отъ нашего времени. Практическія приложенія электромагнитизма не входятъ однако въ предѣлы сочиненія. Авторъ по возможности избѣгаетъ введенія высшаго анализа, но тѣмъ не менѣе каждый отдѣлъ содержитъ и математическую часть. Самый существенный отдѣлъ сочиненія составляютъ тѣ главы, въ которыхъ разбирается зависимость силы электромагнитовъ отъ силы тока, самой спирали и размѣровъ электромагнитовъ.—Нѣсколько позднѣе указываемаго здѣсь сочиненія вышелъ изъ печати 2-й томъ сочиненія *Видемана* о гальванизмѣ, который трактуетъ также объ электромагнитизмѣ и содержитъ нѣкоторые критическія замѣчанія противъ изложенія *Dub'a.*

13. *Traité général des applications de l'électricité, par M. Gloesener, professeur à l'Université de Liège. Paris et Liège, 1861.*

Примѣненія электричества такъ обширны и разнообразны; что собраніе описаній ихъ въ одно руководство представляется для насъ весьма важнымъ. На французскомъ языкѣ есть уже сочиненіе Дю Монселя «*Exposé des applications de l'Electricité*», имѣвшее два изданія, однакожъ это не помѣшало Г. Глезенеру заняться составленіемъ еще одного руководства, которое издано при пособіи Бельгійскаго правительства. Появившаяся первая часть содержитъ въ себѣ общія понятія объ электричествѣ, условія необходимыя для устройства хорошихъ приборовъ, о телеграфахъ, и различныхъ соединительныхъ проволокахъ, о хроноскопахъ. Въ этомъ сочиненіи въ особенности подробно описаны приборы, устроенные самымъ сочинителемъ; недостаетъ же новѣйшихъ телеграфовъ съ индукціонными токами, пантелеграфа *Казелли* и другихъ; вообще со-

численіе уступать во многомъ сочиненію Дюмонселя. Однако по своему изложенію и нѣкоторымъ новымъ приборамъ заслуживаетъ вниманія.

14. *Tafeln zur barometrischen Höhenmessung von Dr. Pohl und Dr. Jac. Schabus. Wien.*

Эти таблицы основаны на численныхъ данныхъ изъ новѣйшихъ физическихъ изслѣдованій, и примѣнены къ послѣдней формулѣ Риттера, которая подвергнута въ предисловіи критическому разбору. Задача, предложенная себѣ авторами разрѣшена ими на основаніи собственныхъ работъ, начатыхъ еще въ 1861 году, а именно сравнительныхъ, со всеми предосторожностями произведенныхъ гипсометрическихъ опредѣленій посредствомъ барометра, гипсометра и при помощи нивелирнаго инструмента проф. Штампфера.

15. *Johann Kerpler und die Harmonie der Sphären von Dr. W. Förster Berlin 1862.*

Задачею этой интересной брошюры (составлявшей предметъ чтенія въ засѣданіи физическаго Берлинскаго общества 1862 г. 8 Февр.), служить разъясненіе собственнаго значенія такъ называемой *музыки сферъ* и вліянія идеальнаго міросозерцанія Кеплера на его безсмертныя открытія.

16. Основанія общей Ариѳметики для VII класса гимназій, составилъ *А. Жбиковскій. С. Петербургъ. 1862.*

Это изданіе составляетъ, по нашему убѣжденію, трудъ весьма добросовѣстный, которымъ навѣрное воспользуются наиболѣе дѣятельные преподаватели математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Не выписывая здѣсь цѣлой программы по ея обширности, мы зѣмѣтимъ только, что цѣлый курсъ раздѣленъ на 2 части, изъ коихъ первая оканчивается тройными прави-

лами, а вторая вмѣщаетъ въ себѣ статьи: о степеняхъ и корняхъ, о сочетаніяхъ и перемѣщеніяхъ и о логарифмахъ.

17. Географическое положеніе и высоты надъ уровнемъ моря разныхъ мѣстъ, опредѣленныхъ закавказскою и кавказскою Триангуляціею, состав. начальникомъ Триангуляціи *О. И. Ходзько.*

Этотъ списокъ, столь важный для топографіи Кавказа, заключаетъ во 1-хъ географическое положеніе и возвышеніе надъ уровнемъ Чернаго моря 120-ти пунктовъ первоклассныхъ треугольниковъ; въ 2-хъ координаты 24-хъ первоклассныхъ тригонометрическихъ пунктовъ Дагестана, опредѣленныхъ въ 1860 году; въ 3-хъ координаты 683-хъ пунктовъ Закавказскаго края 2-го и 3-го разрядовъ; въ 4-хъ высоты 1012 пунктовъ, опредѣленные барометрически, въ число коихъ включены и опредѣленія Академиковъ Абиха и Рупрехта.

18. Отчетъ о путешествіи *Проф. Харьковскаго Университета В. И. Лапина*, за границу лѣтомъ 1861. Харьковъ 1862.

Отчетъ этотъ содержитъ нѣкоторые интересныя для физиковъ извѣстія объ опытахъ, произведенныхъ въ мастерской Г-на *Румкорфа* въ Парижѣ; о двигательныхъ машинахъ *Ленуара* съ рисункомъ; изложеніе результатовъ изслѣдованія относительно періодическихъ измѣненій высоты барометра, *Дове* и *Ламона*, изъ коихъ послѣдній приходитъ къ необходимости допустить новую космическую причину для изъясненія суточныхъ колебаній барометра, (родъ прилива и отлива атмосферы); проектъ экспедиціи для изслѣдованія южныхъ полярныхъ странъ; опыты *Др. Рейтлингера* въ физическомъ институтѣ въ Вѣнѣ надъ Лихтенбергвыми фигурами и многое другое.

III.

Извѣстіе о нѣкоторыхъ результатахъ Закавказской Триангуляціи.

(Начальникъ Триангуляціи Кавказа, Генераль Лейтенантъ *Ходзько*, сообщилъ въ редакцію литографированную „Записку о Кавказской Триангуляціи“ составленную капитаномъ *Стебникимъ*. Мы заимствуемъ изъ нея слѣдующія наиболѣе интересныя для насъ извѣстія).

Закавказская триангуляція окончена въ періодъ времени отъ 1847 по 1854 годъ; результатомъ этой большой и трудной работы было то, что на всей площади (3820 кв. географ. миль) Закавказскаго края проложено 188 первоклассныхъ треугольниковъ и 1642 второклассныхъ и третьеклассныхъ треугольниковъ, такимъ образомъ опредѣлено 1830 пунктовъ по тремъ географическимъ координатамъ (широтѣ, долготѣ и высотѣ надъ уровнемъ Чернаго моря (*).

(*) По геодезической нивелировкѣ, сдѣланной при Триангуляціи, произведенныхъ въ Россіи, оказалось, что уровень Чернаго моря выше Балтійскаго на +3,9 англійскихъ футахъ. Принимая въ соображеніе значительность разстоянія между этими морями и большее число проложенныхъ треугольниковъ, гораздо вѣроятнѣе считать, что между уровнями Балтійскаго и Чернаго

морей не существуетъ никакой разности и величину 3,9 привѣщать какъ сумму погрѣшностей наблюденій.

(**) Въ Кавказскихъ горахъ линія вѣчныхъ снѣговъ возвышается надъ уровнемъ моря отъ 11,000 до 12,000 англійскихъ футовъ.

(***) Гора *Арапатъ* есть самая возвышеннѣйшая станція, изъ которой до настоящаго времени произведены геодезическія наблюденія; кромѣ того съ горы *Арапатъ* была между прочимъ наблюдаема и сигналь на горѣ *Годорѣби*, находящейся на разстояніи 191-й версты, это есть наибольшая геодезическая линія, которая была до настоящаго времени наблюдаема.

Зенитныя разстоянія на тригонометрическихъ пунктахъ измѣнялись всегда при спокойныхъ изображеніяхъ предметовъ, или незначительномъ ихъ колебаніи. На ровной мѣстности спокойствіе изображеній предметовъ наступаетъ послѣ полудня почти на 0,6 промежутка времени между полуднемъ и захожденіемъ солнца; въ мѣстахъ же гористыхъ, какъ мы убѣдились изъ многолѣтняго опыта, лучшее спокойствіе изображеній вершинъ горъ наступаетъ спустя почти часъ послѣ восхода солнца и продолжается около часа, позднѣе наступаетъ колебаніе изображеній, быстро увеличивающееся до 2-хъ часъ послѣ полудня, даѣе оно слабѣетъ: но полное спокойствіе не достигается. Поэтому наши наблюденія зенитныхъ разстояній, болѣею частью сдѣланы утромъ.

Чтобы судить о точности геодезическихъ высотъ, мы приведемъ для примѣра слѣдующее:

Высота Эльбруса (западной вершины), опредѣленная изъ семи пунктовъ 122-ми наблюденіями достигаетъ 18517,6 футовъ, съ вѣроятной ошибкой $\pm 3,0$ фута.

Та же высота по опредѣленію Академической экспедиціи 1837 г., опредѣлявшей разность уровней между Каспійскимъ и Чернымъ морями, 18523,6 фут. съ вѣроятной ошибкой $\pm 6,2$.

Разность между этими двумя опредѣленіями, 6,0 футовъ, находится въ предѣлахъ ихъ вѣроятныхъ ошибокъ.

Высота горы Казбека изъ 16^{ти} пунктовъ 109 наблюденіями по триангуляціи = 16545,9 $\pm 1,8$ футовъ по Экспедиціи 1837 г. = 16533,4 $\pm 5,1$ —

разность между ними = 7,5 футовъ

Высота вершины большаго Аарата = 16915,82 фута надъ уровнемъ моря, съ вѣроятной ошибкой $\pm 2,10$ футовъ, опредѣлена изъ 13-ти первоклассныхъ пунктовъ; изъ Аарата же измѣрены зенитныя разстоянія на 11 изъ этихъ пунктовъ. По барометрическому опредѣленію Академика Абиха вершина Аарата = 16953 ф., такъ что разность между двумя этими опредѣленіями 37 футовъ, что составляетъ почти $\frac{1}{457}$ всей высоты. По барометрическому же опредѣленію Г. Паррота въ 1829 году высота Аарата = 17323 англійскихъ футамъ, слѣдовательно ошибка его опредѣленія = 388 футамъ.

При Закавказской триангуляціи опредѣлены посредствомъ барометрическихъ наблюденій высоты 834 пунктовъ, имѣющихъ значеніе для орографіи края.

Разность уровней Чернаго и Каспійскаго морей.

Вопросъ о разности уровней Чернаго и Каспійскаго морей въ первый разъ точно рѣшонъ Академическою экспедиціей 1836 и 1837 годовъ; б. Директоръ Пулковской Обсерваторіи В. Струве изъ наблюденій гг. Астрономовъ Савича, Фусса и Саблера вывелъ, что въ 1837,8 году горизонтъ Каспійскаго моря (*) ниже уровня Чернаго на 85,45 англійскихъ футовъ съ вѣроятной ошибкой $\pm 0,83$ фута. Сѣтъ закавказскихъ треугольниковъ, распространяется между этими обоими морями, и по ряду первоклассныхъ пунктовъ отъ Редутъ-

Кале до сигнала Пиръ-Дагнаси разность есть 89,82 фут. (въ 1849,50 г.) Отъ Поти до Ленкорани 80,26 фут. (въ 1849,5 году). Въ 1861 году Дагестанскою триангуляціею опредѣлена эта разность связью до г. Петровска, и получилась равною = 86,73 (въ 1861,7). Среднее изъ трехъ этихъ чиселъ будетъ: 85,60 фут. (для 1850,6 г.) Весьма малая разность (0,15 фута) между обоими опредѣленіями т. е. Академической экспедиціи и Закавказской триангуляціи ясно указываетъ на то, что въ періодъ времени отъ 1837,8 до 1850,6 или даже до 1861 года, не произошло никакой примѣтной разности въ уровнѣ обоихъ морей, притомъ изъ этого видна точность обоихъ геодезическихъ работъ.

Мы еще имѣемъ слѣдующее подтвержденіе разности уровней Чернаго и Каспійскаго морей. Триангуляціею Новороссійскаго края и продолженіемъ ея, Приволжскимъ измѣреніемъ, Черное море (отъ Таганрогскаго пункта) связано съ Каспійскимъ (до пункта на островѣ Нарішкина коса, лежащемъ въ 100 верстахъ къ Югу отъ Астрахани) — посредствомъ 109 пунктовъ, и изъ этого ряда разность уровней морей получается = 12,850 сажень = 89,85 англійскихъ футовъ (*), что близко къ предъидущимъ цифрамъ.

Съ 1860 года продолжается Закавказская триангуляція до связи съ съемками этого рода, произведенными въ Россіи и именно до Новочеркаска, Керчи (въ Крыму) и Кизляра.

Въ теченіе двухъ лѣтъ 1860 и 1861 года проложена сѣтъ треугольниковъ чрезъ Дагестанъ, страну весьма интересную въ орографическомъ отношеніи и бывшую такъ долго театромъ нашихъ военныхъ дѣйствій съ горами, другая вѣтъ треугольниковъ чрезъ Чечню и третью, главную, отъ предгорій главнаго Кавказскаго хребта, черезъ Владикавказъ, Кабарду до г. Ставрополя, откуда она будетъ продолжаться далѣе на Сѣверъ и Западъ.

На этомъ протяженіи близъ станицы Екатериноградской въ 1861 году былъ измѣренъ повѣрительный базисъ длиною около 9-ти верстъ (4926 тоазовъ) тѣмъ же приборомъ, которымъ измѣрялись прежніе базисы Закавказской триангуляціи; но для болѣе вѣрности въ 1860 году былъ сдѣланъ желѣзный нормальный жезлъ въ Механическомъ заводѣ Пулковской астрономической Обсерваторіи. Этотъ жезлъ былъ старательно сравненъ съ нормальными мѣрами и доставленъ частью по желѣзной дорогѣ, а частью водою до г. Кизляра, откуда былъ перевезенъ къ мѣсту измѣренія базиса.

Въ Октябрѣ мѣсяцѣ 1861 года былъ избранъ Екатериноградскій базисъ; до начатія измѣренія базиса сдѣлано шесть сравненій мѣрныхъ жезловъ съ нормальнымъ, изъ нихъ получилось, что сумма четырехъ мѣрныхъ жезловъ = $4N + 0,01271$ англійскихъ дюймовъ (N есть величина нормальнаго жезла). Послѣ измѣренія базиса сдѣлано также шесть сравненій, изъ нихъ слѣдуетъ что сумма четырехъ мѣрныхъ жезловъ

(*) Messungen zur Bestimmung des Höhenunterschiedes zwischen dem Schwarzen und Caspischen Meere etc. Bericht an die Akademie von W. Struve p. LX.

(*) Записки Военно-Топографическаго Депо часть XXII стр. 190.

$= 4N + 0,01275$ англійскихъ дюймовъ, изъ этого видно, что длина жезловъ въ теченіи измѣренія не измѣнилась. Если принять длину нормального жезла N , такую, какая получилась изъ сравненій, сдѣланныхъ въ Пулковѣ (въ 1860 году), то получимъ, что сумма четырехъ мѣрныхъ жезловъ $= 4$ саженьямъ $+ 0,2699$ англійскихъ дюймовъ съ вѣроятной ошибкой $\pm 0,00017$ дюйма при $13^{\circ},0$ R. Пятнадцать лѣтъ тому назадъ, передъ отправленіемъ на Кавказъ базиснаго прибора, Директоръ В. Струве сравнивалъ его съ нормальнымъ и получилъ, что сумма четырехъ жезловъ $z = 4$ саженьямъ $+ 0,0158$ англійскихъ дюймовъ, съ вѣроятной ошибкой $\pm 0,00040$ дюймовъ. Само собою разумѣется, что передъ измѣреніемъ базиса и посылъ, — сдѣланы всѣ надлежащія изслѣдованія частей базиснаго прибора, какъ-то термометровъ, приборовъ опредѣляющихъ наклонность жезловъ и прочее.

Екатериноградскій базисъ, въ которомъ уложилось 2272 жезла, измѣренъ въ теченіи 12-ти дней, съ 19 Октября по 31 Октября (*), средняя температура всѣхъ жезловъ $+ 8^{\circ},94$ R., а среднее возвышеніе надъ уровнемъ моря 623 фута.

Сдѣлавъ всѣ надлежащія поправки и исчисленія, получилась длина базиса при $+ 13^{\circ},0$ R., приведенная къ уровню моря $= 4566,9246$ сажень $= 31968,4722$ англійскихъ футовъ.

Длина же базиса по вычисленію изъ сѣти, т. е. на основаніи длины базисовъ Закавказской триангуляціи получилась $= 4566,8331$ сажень $= 31967,8317$ англійскихъ футовъ. Разность между ними 0,0915 сажень или 7,60 англійскихъ дюймовъ, что составляетъ ошибку почти въ $\frac{1}{50764}$, произшедшую отъ накопленія погрѣшностей въ измѣреніи угловъ и другихъ источниковъ ошибокъ.

Малость этой ошибки показываетъ точность нашего тригонометрическаго измѣренія и еще удивительнѣе то, что цѣль треугольниковъ отъ основнаго Шамхорекаго базиса Закавказской триангуляціи проходитъ черезъ главный кавказскій хребетъ, по вершинамъ переходящимъ за предѣлы вѣчныхъ снѣговъ.

Результатомъ тригонометрическихъ измѣреній 1860 и 1861 годовъ было то, что проложено первоклассныхъ треугольниковъ 72, а второклассныхъ и третьеклассныхъ 146.

Приэтомъ опредѣлено барометрическими наблюденіями 255 пунктовъ, имѣющихъ значеніе для орографіи края.

Мы не можемъ сообщить всѣхъ результатовъ добытыхъ нами какъ для Географіи края, такъ и вообще для науки Геодезіи; потому что наблюденія наши еще не вполне обработаны, впрочемъ упомянемъ вкратцѣ нѣкоторые результаты.

Имѣющіеся у насъ карты Дагестана, Чечни и другихъ частей горныхъ странъ, занятыхъ бывшими непокорными горцами, должны подвергнуться большимъ измѣненіямъ, такъ какъ онѣ были составлены на весьма легкихъ данныхъ, какъ то блѣдыхъ маршрутахъ,

(*) Среднимъ числомъ въ одинъ часъ клали по 31,9 жезловъ, среднее возрастаніе температуры въ одинъ часъ при измѣреніи базиса $+ 1^{\circ},23$ R.

сдѣланныхъ во время военныхъ экспедицій, глазо-мѣрныхъ съемкахъ и проч. Притомъ въ нѣкоторыхъ мѣстахъ, по ихъ недоступности, мы не имѣли никакихъ съемокъ.

Опредѣленіемъ значительнаго числа высотъ въ Дагестанѣ и Чечнѣ, мы получаемъ точное понятіе объ орографіи этихъ странъ: первая изъ нихъ составляетъ треугольникъ, съ одной стороны, восточной, ограниченный Каспійскимъ моремъ, съ другой, юго-восточной, главнымъ Кавказскимъ и съ сѣверо-востока Андійскимъ хребтомъ, отдѣляющимся отъ главнаго у горы Барбало.

Всѣ Дагестанъ наполненъ вѣтвями ограничивающихъ его хребтовъ; вѣтви эти постепенными уступами переходятъ къ Каспійскому морю и въ нѣкоторыхъ мѣстахъ упираются круто въ море, какъ наприм. у гор. Дербента и гор. Петровска.

Чечня же и вообще Сѣверный Кавказъ наполнены первымъ уступомъ главнаго кавказскаго хребта или такъ называемымъ Чернымъ хребтомъ, покрытымъ огромными непроходимыми лѣсами; высоты этихъ горъ доходятъ до 7000 англійскихъ футовъ и болѣе.

При тригонометрическихъ работахъ 1861 года, продолженіе сѣти по этимъ горамъ представляло большія трудности отъ лѣсистой мѣстности.

Извѣстно, что высоты, опредѣленные барометрически болѣе или менѣе не точны, но ошибку ихъ весьма трудно предугать, во первыхъ потому, что она зависитъ отъ мѣстныхъ условій, а во вторыхъ мы имѣемъ весьма мало положительныхъ изслѣдованій по этому предмету.

При производствѣ триангуляціи въ Дагестанѣ и Сѣверномъ Кавказѣ на всѣхъ тригонометрическихъ пунктахъ при наблюденіяхъ зенитныхъ разстояній дѣлались барометрическія наблюденія; въ одномъ же изъ пунктовъ, коего высота надъ уровнемъ моря извѣстна въ точности, и расположенномъ почти въ срединѣ работъ триангуляціи, дѣлались ежечасныя барометрическія наблюденія; такимъ образомъ высоты пунктовъ могутъ быть получены двояко: геодезически и посредствомъ барометрическихъ наблюденій, разность между ними показываетъ погрѣшность послѣднихъ. Наши изслѣдованія по этому предмету не вполне окончены, но изъ имѣющихся уже данныхъ выходитъ средняя погрѣшность барометрическихъ наблюденій $= 76,5$ фута.

Должно думать, что неточность высотъ, опредѣленныхъ посредствомъ барометрическихъ наблюденій, исключительно зависитъ отъ метеорологическихъ условій, а также и конфигурація самой мѣстности.

Давно уже ученыхъ занимаетъ вопросъ о земной рефракціи, знаніе которой важно при опредѣленіи высотъ геодезически, въ особенности въ гористыхъ мѣстахъ, но до сихъ поръ вопросъ этотъ не вполне рѣшенъ, препятствіемъ тому: какъ сущность самаго вопроса, такъ и недостатокъ основныхъ данныхъ.

Полагая, что вопросъ о земной рефракціи, какъ и всѣ подобнаго рода можетъ быть разрѣшенъ лишь постепеннымъ приближеніемъ, въ 1861 году при нашей триангуляціи сдѣланы отличнымъ инструментомъ Механика Брауера большой рядъ наблюденій зенитныхъ

разстояній вершинъ, которая были наблюдаемы Астрономами Каспійской Экспедиціи и нѣкоторыхъ другихъ.

Этотъ рядъ, наблюдений сдѣланъ Генеральнаго Штаба Капитаномъ Стебискинымъ съ пунктовъ разной высоты (отъ нѣсколькихъ сотъ футовъ до 5000 ф. надъ уровнемъ моря) при разнообразныхъ метеорологическихъ обстоятельствахъ.

Надѣмся, что, обработавъ эти наблюдения, мы нѣсколько подвинемъ разрѣшеніе вопроса о земной рефракціи.

Суть треугольниковъ Закавказской триангуляціи доходить до южныхъ предгорій Кавказскаго хребта, затѣмъ переходить главный хребетъ, идти по сѣвернымъ предгорьямъ и выходить на равнины Ставропольской Губерніи; на этомъ пространствѣ опредѣлены астрономически, Генеральнаго Штаба Капитаномъ Обломовскимъ, широты слѣдующихъ пунктовъ: г. Тифлиса (*) (малая башня новой Обсерваторіи) г. Душета, Коби, г. Владикавказа, Александровской станицы и восточнаго конца Екатериноградскаго базиса. Эти широты опредѣлены съ большою точностію переноснымъ вертикальнымъ кругомъ Репсольда. Изъ упомянутыхъ выше пунктовъ Душетъ, Владикавказъ, Александровская станица и восточный конецъ базиса, опредѣлены геодезически; сравнивая широты, опредѣленные астрономически и геодезически, мы получаемъ слѣдующее:

Г. Душетъ (лежащій у южныхъ предгорій главнаго хребта). Русская церковь куполь.

астрономическая широта $\varphi = 42^{\circ} 4' 55", 67$

геодезическая широта $\varphi' = 42 \quad 5 \quad 20, 72$

$$\varphi - \varphi' = + 25", 05$$

Г. Владикавказъ (лежащій у сѣвернаго предгорія хребта, но ближе къ перевалу главнаго хребта чѣмъ Душетъ), Осетинская оборонительная башня на горѣ.

астрономическая широта $\varphi = 43^{\circ} 1' 40", 24$

геодезическая широта $\varphi' = 43 \quad 1 \quad 11, 33$

$$\varphi' - \varphi = - 28", 91$$

Разность широтъ между Душетомъ и Владикавказомъ изъ астрономическихъ наблюдений:

$$= 0^{\circ} 56' 44", 57,$$

а изъ геодезическихъ наблюдений таже разность:

$$= 0^{\circ} 55' 50", 61,$$

Александровская станица (церковь)

астрономическая широта $\varphi = 43^{\circ} 29' 8", 12$

геодезическая широта $\varphi' = 43 \quad 28 \quad 57, 03$

$$\varphi - \varphi' = - 10", 09$$

Астрономическая широта восточнаго конца Екатериноградскаго базиса:

астрономическая широта $\varphi = 43^{\circ} 49' 7", 02$

геодезическая широта $\varphi' = 43 \quad 49 \quad 1, 37$

$$\varphi - \varphi' = - 5", 65$$

Разматривая эти разности широтъ геодезическихъ отъ астрономическихъ, мы ясно видимъ отклоненіе отвѣсной линіи отъ нормальной, въ слѣдствіе притяженія главной массы кавказскаго хребта: дѣйствительно г. Душетъ лежитъ у подошвы южнаго склона хребта, слѣдовательно отъ притяженія отвѣсная линія отклоняется къ сѣверу, поэтому астрономическая широта должна быть менѣе геодезической, разность между послѣдней и первой мы получаемъ положительную $+ 25", 05$; г. Владикавказъ лежитъ съ сѣверной стороны хребта, поэтому дѣйствіе притяженія должно обнаружиться въ противоположную сторону, въ самомъ дѣлѣ выше мы получили что эта разность $= - 28", 91$, и такъ какъ Владикавказъ лежитъ ближе къ главной массѣ хребта, то эта разность и больше; Александровская станица болѣе удалена отъ горъ, поэтому разность между геодезической и астрономической широтами менѣе; Екатериноградскій базисъ лежитъ еще сѣвернѣе отъ главнаго хребта въ 100 верстахъ отъ Владикавказа и разность широтъ астрономической и геодезической еще менѣе. Впрочемъ можно полагать, что разность широтъ въ Екатериноградскомъ базисѣ болѣею своею частью проеходять отъ принятой несовершенно точной широты Тифлиса. Эти предварительные результаты изысканій нашего Астронома, Капитана Обломовскаго, весьма любопытны и становятся новымъ фактъ въ разрѣшеніи сложнаго вопроса, отклоненія отвѣсной линіи отъ нормальной. Дѣйствительно во многихъ геодезическихъ работахъ замѣчались примѣтныя разности геодезическихъ опредѣленій отъ астрономическихъ, особенно это обнаружилось въ Индійскомъ градусномъ измѣреніи; но въ послѣднемъ сѣтъ треугольниковъ проходила съ одной только стороны Гималайскихъ горъ; — не переходя хребта, такъ что эти отклоненія были только въ одну сторону.

Еще примѣтъ мѣстнаго отклоненія отвѣса: Дагестанскою сѣтью опредѣленъ каменный маякъ въ г. Петровскѣ (на западномъ берегу каспійскаго моря), а именно:

широта	долгота отъ перваго меридіана
$42^{\circ} 59' 25", 20$	$65^{\circ} 9' 40", 49$

По опредѣленіямъ экспедиціи для гидрографической описи Каспійскаго моря широта Петровскаго маяка $42^{\circ} 59' 37", 6$, разность между этими опредѣленіями широтъ $12", 4$; причиною ея частію несовѣмъ точная широта Тифлиса, но вѣроятнѣе въ этомъ случаѣ и притяженіе горъ имѣетъ замѣтное дѣйствіе, такъ какъ г. Петровскъ расположенъ у подножія Дагестанскихъ горъ.

Принимая въ соображеніе важность этихъ результатовъ, мы нѣсколько не жалеемъ тѣхъ трудностей и лишеній, которыя пришлось намъ переносить, проводя сѣтъ треугольниковъ черезъ главный хребетъ отъ г. Тифлиса до г. Владикавказа.

Въ настоящемъ 1862 году, тригонометрическое измѣреніе будетъ продолжаться отъ г. Ставрополя къ гор. Новочеркаску и по Кубанской Облести до Крыма; — а также до г. Кизляра.

(*) Въ основніе вычисленій принята широта Тифлиса (временной обсерваторіи на Авлабарѣ); опредѣленная въ 1850 году.

Извлеченія изъ периодическихъ изданій.

1) Новый способъ опредѣленія теплопроводимости металловъ Энгстрема (A^ongstrom. P^og. Annal. B. CXIV, 12).

Для опредѣленія проводимости тѣлъ физики употребляли много различныхъ способовъ, болѣе или менѣе надежныхъ. Въ № 15 „Вѣстника“ были представлены результаты усовершенствованныхъ опытовъ Магнуса и Тиндалля надъ теплопроводимостью газовъ; здѣсь приводится новый способъ для опредѣленія теплопроводимости металловъ. Въ, до сего времени употреблявшіеся способы, были основаны на двухъ главнѣйшихъ формулахъ:

$$1) Q = k \left(\frac{u-u'}{\Delta x} \right); \quad 2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{hp}{k\omega} u = 0.$$

гдѣ Q означаетъ теплоту, проходящую чрезъ металлическую (или, вообще, твердую) перегородку, толщиною въ Δx , которой одна поверхность имѣетъ температуру u , другая u' ; k коэффициентъ, или теплопроводимость. Во второй формулѣ u означаетъ температуру какой либо точки въ металлической полосѣ, нагрѣваемой съ одного конца, h лученепускательную способность поверхности полосы; p периметръ, ω поперечный разрѣзъ полосы; наконецъ k искомая теплопроводимость.

Первый способъ представляетъ много неудобствъ при опытахъ, а потому и не точенъ; въ особенности трудно удержать обѣ поверхности металла при известной температурѣ безъ постороннихъ вліяній, какъ это бываетъ, когда перегородка поставлена между двумя сосудами съ водою, поддерживаемою при опредѣленныхъ температурахъ посредствомъ частаго перемѣни-

ванія, причемъ треніе само возбуждаетъ теплоту; кромѣ сего наблюденіе θ затруднительно, когда u' близко къ u .

Гораздо точнѣе второй способъ, по вышеприведенной формулѣ Бю; однако въ ней входитъ h — величина не вполне извѣстная и трудная для опредѣленія; а потому и самые точные опыты Дюлона и Ити, Видемана и Франца даютъ только относительные результаты, а именно отношеніе k къ h .

По методу Энгстрема k получается отдѣльно отъ h и довольно просто. Способъ его состоитъ въ слѣдующемъ: взявъ извѣстное уравненіе для распространения теплоты въ металлической полосѣ въ видѣ параллелепипеда:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - Hu, \quad (1)$$

гдѣ $K = \frac{k}{c\delta}$; $H = \frac{hp}{c\delta\omega}$;

с удѣльная теплота, δ удѣльный вѣсъ полосы u , p , ω , h , k , имѣютъ тѣже значенія какъ и выше.

Когда полоса нагрѣвается съ одного конца, тогда теплота распространяется въ ней постепенно отъ одной точки къ другой по опредѣленному закону; если это нагрѣваніе повторяется нѣсколько разъ въ опредѣленные промежутки времени, то и распространение теплоты повторяется периодически. Въ этомъ случаѣ уравненію (1) должна удовлетворять функція периодическая. Энгстремъ даетъ ей такой видъ:

$$(2) u = m e^{-\sqrt{\frac{H}{K}} x} + a e^{-g' x} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - g'x + \beta\right) + b e^{-g'' x} \sin\left(\frac{4\pi t}{T} - g''x + \beta\right) + c e^{-g''' x} \sin\left(\frac{6\pi t}{T} - g'''x + \beta\right) + \dots$$

гдѣ $g = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{K^2 T^2} + \frac{H^2}{4K^2}\right)} + \frac{H}{2K}}$; $g' = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{K^2 T^2} + \frac{H^2}{4K^2}\right)} - \frac{H}{2K}}$;

T означаетъ длину выбраннаго періода, въ продолженіе котораго происходитъ нагрѣваніе, а потомъ охлажденіе, t промежутокъ между наблюденіями надъ термометрами, поставленными на опредѣленныхъ разстояніяхъ въ углубленіяхъ, сдѣланныхъ въ полосѣ. Употребленіе этой формулы понятнѣе будетъ изъ слѣдующаго примѣра. Положимъ, что $T = 24$; то есть

$$U_n = m_1 + A_1 \sin(15^\circ n + \beta) + B_1 \sin(30^\circ n + \beta) + C_1 \sin(45^\circ n + \beta) + \dots \quad (3)$$

гдѣ m_1 , A_1 , β и т. д. будутъ числа, полученныя изъ наблюденій по способу наименьшихъ квадратовъ.

Для другаго термометра, находящагося на разстояніи $x = l$ можно получить подобное (3) выраженіе, которое будетъ:

$$U_n = m_2 + A_2 \sin(15^\circ n + \beta_1) + B_2 \sin(30^\circ n + \beta_1) + C_2 \sin(45^\circ n + \beta_1) + \dots \quad (4)$$

Оба выраженія (3) и (4) происходятъ отъ (2), а потому и связь между ними тоже получается изъ (2); тогда видно, что коэффициенты A_1 и A_2 и т. д. тоже должны имѣть между собою связь. И такъ:

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{gl}; \quad \text{то же} \quad \beta - \beta_1 = gl.$$

Величины gl и gl получаются изъ уравненій прямо въ числахъ; назовемъ ихъ a и a' ; тогда

$$aa' = gg'l^2 = \left(\sqrt{\sqrt{\frac{\pi^2}{K^2 T^2} + \frac{H^2}{4K^2}} + \frac{H}{2K}} \right) \left(\sqrt{\sqrt{\frac{\pi^2}{K^2 T^2} + \frac{H^2}{4K^2}} - \frac{H}{2K}} \right) \cdot l^2 ;$$

по совершеннѣ указаннаго дѣйствія получится:

$$aa' = \frac{\pi l^2}{KT} ,$$

а поставляя вмѣсто K его величину $\frac{k}{c\delta}$, и опредѣляя k , будетъ:

$$k = c \cdot \delta \cdot \frac{\pi l^2}{aa' T} \dots \dots \dots (5)$$

Отсюда видно, что по способу Энгштрома h совершенно не входитъ въ выраженіе для k , а на мѣсто

этой величины входятъ другія, c и δ , удѣльная тепло-та и удѣльный вѣсъ, всегда извѣстныя съ большою точностью.

Изъ другихъ коэффициентовъ можно бы тоже получить k , но выраженіе получается сложнѣе и не столь надежное.

Напримѣръ Энгштромъ нагревалъ мѣдную поло-су помощію водяныхъ паровъ въ продолженіе 12' и охлаждалъ тоже въ 12' и всѣ наблюденія надъ двумя термометрами, отстоящими одинъ отъ другаго на 10 сантиметровъ, по способу наименьшихъ квадратовъ привелъ къ такому виду:

- (*) (I) $t_n = 80,39 + 31,745 \sin(15^\circ n + 134^\circ 6',2) + 4,578 \sin(30^\circ n + 140^\circ 31',8) + 3,717 \sin(45^\circ n + 104^\circ 33') + \dots$
 (II) $t_n = 88,86 + 13,020 \sin(15^\circ n + 109^\circ 2',7) + 1,591 \sin(30^\circ n + 337^\circ 15',7) + 1,187 \sin(45^\circ n + 61^\circ 58') + \dots$
 (I) $t_n = 74,57 + 25,203 \sin(15^\circ n + 142^\circ 21',2) + 2,186 \sin(30^\circ n + 54^\circ 28',7) + 4,334 \sin(45^\circ n + 112^\circ 25',3) + \dots$
 (II) $t_n = 82,93 + 23,885 \sin(15^\circ n + 117^\circ 47',2) + 1,665 \sin(30^\circ n + 18^\circ 27',3) + 2,969 \sin(45^\circ n + 70^\circ 4') + \dots$

Изъ этихъ выраженій получается $e^{\beta l}$ или $\frac{A_1}{A_2}$ и др. такимъ образомъ:

$$\sqrt{\frac{31,745}{13,010} \cdot \frac{25,203}{23,885}} = 1,6046 = f; \sqrt{\frac{4,587}{1,591} \cdot \frac{2,186}{1,665}} = 1,9425 = f'$$

$$\sqrt{\frac{3,717}{1,187} \cdot \frac{4,334}{2,969}} = 2,0654 = f''$$

$\Delta\beta$	$\Delta\beta'$	$\Delta\beta''$
25° 3',5	37° 16',1	42° 25'
24 34,0	37 1,0	41 44
24° 48',7	36° 38',5	42° 5'

Изъ (4) же видно, что $f = f' \sqrt{\frac{1}{2}} = f'' \sqrt{\frac{1}{3}}$,

$$\Delta\beta = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \Delta\beta' = \sqrt{\frac{1}{3}} \Delta\beta'' .$$

Вставляя на самомъ дѣлѣ ихъ величины, получимъ

$$f = 1,6046; \quad f' \sqrt{\frac{1}{2}} = 1,5994; \quad f'' \sqrt{\frac{1}{3}} = 1,5201 ,$$

$\Delta\beta = 24^\circ 58',7$, $\sqrt{\frac{1}{2}} \Delta\beta' = 25^\circ 55'$; $\sqrt{\frac{1}{3}} \Delta\beta'' = 24^\circ 19'$ величины, очень близкія между собою.

Изъ f и $\Delta\beta$ получимъ a и a' по формуламъ.

$$f = e^a, \quad \Delta\beta \frac{2\pi}{360} = a', \quad T = 24, \quad l = 10 ,$$

то $k = c \cdot \delta \cdot 64,0$ при $50^\circ C$.

Полагая для мѣди $c \cdot \delta = 0,84476$,

получимъ $k = 54,62$.

То есть, представивъ себѣ мѣдную стѣну при температурѣ отъ $51^\circ - 52^\circ C$, которой поверхности разнятся въ температурѣ на 1° , а толщина въ 1 сантиметръ: то въ каждую секунду, чрезъ каждый квадратный сантиметръ поверхности, проходитъ столько теплоты, сколько нужно для того, чтобы одинъ граммъ воды нагрѣть до $54^\circ,62 C$.

Подобнымъ образомъ можно отыскать k и для другихъ металловъ.

К. Ч.

(*) (I) (II) означаютъ термометры.

М 2. О влияніи температуры на электропроводимость металлов; Матиссена и Бозе (Pog. An. Bd. CXV, 3).

Извѣстно, что металлы при высшихъ температурахъ становятся худшими проводниками электричества; но результаты, полученные различными наблюдателями не вполне согласуются между собою, вѣроятно потому, что употребленные металлы не всегда были химически чисты; а въ особенности отъ того, что нагрѣтый металлъ и потомъ опять охлажденный, при вторичномъ нагрѣваніи оказываетъ другую электропроводимость. Исслѣдованія Матиссена и Бозе отличаются большою точностью; металлы, употребленные ими были химически чисты; нагрѣваніе производилось помощью масляной ванны, такъ какъ предварительные опыты показали, что такая ванна самая удобная, а металлъ, погруженный въ нее, не подвергается никакимъ особеннымъ измѣненіямъ. Опыты показали, что электропроводимость металла при какой угодно температурѣ можетъ быть вычислена помощью формулы:

$$\lambda = x + yt + zt^2,$$

гдѣ x означаетъ проводимость металла при $0^\circ C.$, λ искомая проводимость при $t^\circ C.$, y и z коэффициенты положительные или отрицательные. Эта формула отличается отъ прежнихъ, употребленныхъ другими наблюдателями, прибавкою послѣдняго члена, которая увеличила согласіе между вычисленными и наблюдаемыми результатами. Замѣчательно еще, что коэффициенты y и z для всѣхъ металловъ сходны; такъ что проводимость металла приводится подъ одинъ общій законъ и общую формулу. Такъ, если для проводимости металла при $0^\circ C$ изберемъ число 100, то при другихъ, высшихъ температурахъ будетъ:

$$\begin{aligned} \text{для серебра} &= 100 - 0,38287t + 0,0009848t^2 \\ \text{— мѣди} &= 100 - 0,38701t + 0,0009009t^2 \\ \text{— золота} &= 100 - 0,36745t + 0,0008443t^2 \\ \text{— свинца} &= 100 - 0,38756t + 0,0009146t^2 \end{aligned}$$

и т. д.

Среднее изъ многихъ наблюденій таково:

$$\lambda = 100 - 0,376474t + 0,0008340t^2.$$

Сдѣланныя по этой формулѣ вычисленія даютъ результаты очень сходные съ наблюдаемыми.

Матиссенъ и Бозе продолжаютъ эти изслѣдованія относительно различныхъ сплавовъ и относительно такихъ металловъ, которые оказались выходящими изъ ряда удовлетворяющихъ общей формулѣ.

3. Замѣчаніе относительно функций (Γ). Эннепера (Zeitschrift f. Math. 3. Heft. 1862).

Принимая обыкновенныя означенія:

$$K = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}, \quad K' = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k'^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$k^2 + k'^2 = 1, \quad \text{и} \quad q = e^{-\pi \frac{K}{K'}},$$

напишутся извѣстныя формулы:

$$\sqrt{\frac{2K}{\pi}} = 1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + 2q^{16} + \dots$$

$$\sqrt{\frac{2K'}{\pi}} = 1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 + 2q^{16} - \dots$$

которые при вычитаніи даютъ

$$(1 - \sqrt{K'}) \sqrt{\frac{2K}{\pi}} = 4(q + q^9 + q^{25} + \dots)$$

или

$$2\sqrt{K'} \sqrt{\pi} = \frac{4\sqrt{2} \sqrt{\pi}}{1 - \sqrt{K'}} (q + q^9 + q^{25} + \dots) \quad (1)$$

Въ частномъ случаѣ, когда $k = k' = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$$K = K' = \int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi}} = \sqrt{2} \int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}$$

$$= \sqrt{2} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \int_0^1 y^{-\frac{3}{4}} (1-y)^{-\frac{1}{2}} dy$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{\Gamma(\frac{1}{4}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{3}{4})} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4} \frac{\Gamma(\frac{1}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})} = \frac{[\Gamma(\frac{1}{4})]^2}{4\sqrt{\pi}};$$

$$\text{ибо} \quad \Gamma(\frac{1}{4}) \Gamma(\frac{3}{4}) = \pi \sqrt{2},$$

и слѣдовательно

$$2\sqrt{K'} \sqrt{\pi} = \Gamma(\frac{1}{4}), \quad \text{а вмѣстѣ съ тѣмъ} \quad q = e^{-\pi};$$

поэтому уравненіе (1) превратится въ слѣдующій простой рядъ

$$\Gamma(\frac{1}{4}) = 4 \frac{\sqrt[4]{(2\pi)^3}}{\sqrt{2}-1} (e^{-\pi} + e^{-9\pi} + e^{-25\pi} + \dots)$$

Подобные ряды могутъ быть получены и для $\Gamma(\frac{1}{8})$, $\Gamma(\frac{3}{8})$ и т. д., но послѣдніе уже гораздо сложнее.

4. Краткія извѣстія.

— Механикъ Жираръ (Girard) устроилъ гидравлическую желѣзную дорогу, по которой скользятъ вагоны неимѣющіе колесъ. Испытаніе, было произведено недавно комиссіей, снаряженной Академіею наукъ и составленной изъ Гг. Фавѣ, Делонэ и Лиссажу. Для испытанія были представлены двѣ дороги: одна горизонтальная длиною въ 40 метровъ, на которой вагоны приводились въ движеніе руками; другая наклонная, 50 миллим. паденія на каждыя 50 метровъ длины, а вагоны приводились въ движеніе

помощью гидравлической машины, особенного рода турбины, со скоростью 24 километровъ въ часъ. Самое замѣчательное однакожь въ устройствѣ дороги Г. Жирара то, что вагоны безъ колесъ и скользятъ по рельсамъ на особенныхъ полозьяхъ; для уменьшенія огромнаго тренія, впереди вагона изъ крана выливается вода на рельсы и смачивая ихъ, чрезвычайно облегчаетъ движеніе. Наконецъ, задержать движеніе вагона очень легко и не требуется особенныхъ снарядовъ — стоитъ только закрыть крапъ: огромное треніе остановить вагонъ. Коммиссія признала полезнымъ такое устройство и въ скоромъ времени можетъ быть узнаемъ о примѣненіи новой системы въ большихъ размѣрахъ.

— Генераль Лейтенантъ *Байеръ*, о презрѣтъ котораго было упомянуто въ № 25 Вѣстника, дѣлаетъ нынѣ извѣстнымъ, что при обработкѣ начатаго имъ для руководства въ предполагаемыхъ измѣреніяхъ труда подъ названіемъ: *Das Messen auf der sphäroidischen Erdoberfläche, als Erläuterung meines Entwurfes zu einer mitteleuropäischen Gradmessung*, онъ пришелъ между прочимъ къ неожиданному результату, что отвѣсная линія въ Кёнигсбергѣ довольно значительно отклоняется отъ вертикальнаго положенія. Комбинируя данныя для 4-хъ пунктовъ треугольничка: Мемель, Берлинь, Трунцъ и Кёнигсбергъ, Г. Байеръ приходитъ окончательно къ вѣроятному заключенію, что въ послѣднемъ пунктѣ отклоненіе отвѣса составляетъ 3",9 и направленіе его опредѣляется азимутомъ 63° 36'.

— Проф. *Редтенбахеръ* въ Карлеруэ, въ брошюрѣ своей подъ названіемъ *Die anfänglichen und gegenwärtigen Entwicklungszustände der Körper* приходитъ къ нѣкоторымъ правдоподобнымъ численнымъ результатамъ относительно степени первоначальной внутренней теплоты небесныхъ тѣлъ, предполагая, что она произошла отъ совокупленія частицъ, первоначально разсыянныхъ въ пространствѣ въ видѣ тумана или пыли. Такъ какъ, говоритъ авторъ, чѣмъ ближе сходились частицы въ слѣдствіе взаимнаго тяготѣнія, тѣмъ быстрее должно было совершаться ихъ движеніе; и тѣмъ сильнее было послѣдовавшее сотрясеніе въ склубившихся массахъ, чѣмъ число частицъ вошедшихъ въ составъ ихъ было значительнѣе; то слѣд. тѣмъ значительнѣе должно быть и обнаруженіе *живой силы*, сообщившейся окружающему частицы эфиру, въ явленіяхъ свѣта и теплоты. Поэтому-то значительныя массы, — солнца, получили сильнѣйшее нагрѣваніе нежели малыя, планеты, и не успѣли еще до сихъ поръ израсходовать этотъ запасъ теплоты при движеніи въ окружающемъ холодомъ пространствѣ; ибо охлаждающаяся внѣшняя поверхность въ большихъ тѣлахъ въ отношеніи къ массѣ сравнительно менѣе, чѣмъ въ малыхъ тѣлахъ. Планеты прежде отвердѣвшія, перестали свѣтить т. е. изъ солнца сдѣлались тѣлами тѣмными, большія же массы еще находятся въ раскаленномъ состояніи и своимъ свѣтомъ и теплою вызываютъ органическую жизнь на тѣмныхъ и холодныхъ планетахъ. — На основаніи этихъ, весьма логическихъ гипотезъ и рядомъ остроумныхъ заключеній, авторъ выводитъ, что первоначальная степень теплоты земнаго шара должна была простираться до 44200 градусовъ, немного менѣе она должна

была быть для Венеры, а именно 0,95 предъидущаго числа, для Меркурія только 0,4, для Марса 0,23, для Юпитера въ 30 разъ болѣе для Сатурна въ 12 разъ для Урана въ 4 раза болѣе того же числа и наконецъ для солнца въ 3223 раза, или въ градусахъ 142460200!

— Между физическими механическими и астрономическими приборами, находящимися нынѣ на Лондонской выставкѣ и обращающими на себя общее вниманіе, мы упомянемъ между прочимъ слѣдующіе:

Рефракторъ, имѣющій въ отверстіи стекла 20 дюйм. (англ?) и фокусной длины 30 футовъ, *Букингамъ*: слѣд. самый могущественный по своимъ размѣрамъ инструментъ въ этомъ родѣ, отличающійся вмѣстѣ съ тѣмъ механическимъ устройствомъ, которое позволяетъ наблюдателю, не оставляя своего мѣста передъ окуляромъ, отчитывать дѣленія круговъ.

Приборъ *Петерса* для начертанія микроскопическихъ численъ, при помощи котораго можно умѣстить всю Библію на пространствѣ одного квадратнаго сантиметра, называемый *чудомъ изъ чудесъ* выставки.

Большая числительная машина *Баббажъ*'а, которая исполняетъ: возвышеніе въ квадратъ и даетъ логарифмы чиселъ въ 7 десятичныхъ знакахъ.

Всеы для монетъ, которыя при положеніи 300 унцій еще позволяютъ замѣтить отклоненіе отъ одного грана. Всеы химическія, коихъ чувствительность восходитъ до одной тысячной грана.

Домовый телеграфъ *Уитстона* и т. д. Мы надѣемся имѣть возможность въ слѣдующихъ № помѣщать извѣстія изъ корреспонденціи Профессора Харьковскаго Университета Лапина, обѣщавшаго ознакомить насъ въ подробности съ болѣе замѣчательными учеными пособіями, собранными въ настоящее время въ Лондонѣ.

— Въ системѣ Юпитеровыхъ спутниковъ, какъ извѣстно, существуетъ весьма замѣчательное отношеніе между временами ихъ обращенія, основанное на теоріи и доказанное наблюденіями, а именно: что 247 синод. обращ. 1-го спутника = 123 такимъ же обращеніямъ 2-го спутника и = 61 обращенію 3-го спутника, что составляетъ 437 дней 3 часа и 40 минутъ.

Въ отношеніи системы Сатурновыхъ спутниковъ Джонъ Гершель въ 1845 году сдѣлалъ замѣчаніе, что время обращенія 1-го спутника (*Mimas*) составляетъ ровно половину времени обращенія III-го спут. (*Thetis*); а время обращенія II-го спут. (*Enceladus*) составляетъ половину обращенія IV-го спутника (*Dione*). Въ настоящее время Г. Д'Арестъ нашелъ болѣе общій законъ, а именно, что 247 оборотовъ I-го = 170 оборотамъ II-го = 85 оборотамъ IV-го, что составляетъ 233 дня, т. е. по простейшій этого времени, или точнѣе 232 дней и 21 часа, спутники I, II и IV-й возвращаются въ тоже относительное положеніе къ планетѣ солнцу и между собою, какое они имѣли при началѣ періода. На основаніи замѣчанія Гершеля, двойной періодъ, т. е. 465 дней и 18 часовъ, имѣетъ мѣсто для всѣхъ четырехъ спутниковъ, т. е. въ это время I-й спутн. совершаетъ 404 полныхъ оборота, II-й — 340, III-й — 247 и IV-й — 170 оборотовъ. По всей вѣроятности и четыре осталь-

ные спутника подложить тому же закону.—Замѣчательно, что здѣсь исходное число оборотовъ для I-го спутника въ системѣ, находящейся почти на двойномъ разстояніи отъ солнца, въ сравненіи съ системою Юпитера, ровно вдвое больше, чѣмъ въ этой полѣдней.

— Г. Зиммеръ предлагаетъ весьма правдоподобное объясненіе того особеннаго освѣщенія земныхъ предметовъ, часто называемаго *магическимъ*, какое поразить наблюдателей при случаѣ солнечныхъ затмѣній, въ то время когда величина послѣднихъ переходитъ за $\frac{3}{4}$ диска. Откуда являются при этомъ красноватые и буро-желтые тоны, какъ утверждаютъ почти всѣ наблюдатели? Г. Зиммеръ подозрѣваетъ причину того въ явленіи *флюоресценціи* въ большомъ размѣрѣ. Онъ напоминаетъ при этомъ открытіе Брюстера, что растворъ хлорофила и зеленныя части растений вообще флюоресцируютъ прекраснымъ кровавымъ цвѣтомъ; но растительныя части, разсматриваемыя черезъ кобальтовое стекло, являются бурокрасными, а растворъ хлорофила, въ слабѣйшихъ степеняхъ его сгущенія, получаетъ желтоватый оттѣнокъ. Такимъ образомъ происхожденіе красныхъ, бурыхъ и желтоватыхъ оттѣнковъ во время солнечныхъ затмѣній возможно, ибо даже и во время полныхъ затмѣній, какъ извѣстно, въ свѣтѣ зѣни и выступовъ нѣтъ недостатка въ лучахъ наибольшей преломляемости, фотохимическихъ, которые именно необходимы для возбужденія флюоресценціи.

Можно убѣдиться опытомъ, говорить Г. Зиммеръ, что чѣмъ полнѣе будутъ устранены посторонніе лучи, не возбуждающіе флюоресценціи, тѣмъ чище выступитъ явленіе. Въ присутствіи солнечнаго свѣта, красная флюоресценція раствора хлорофила едва замѣтна; напротивъ того она ясно обнаруживается, если сосредоточить солнечныя лучи, направляемые на жидкость, въ узкій пучекъ посредствомъ собирательнаго стекла, или если защитить жидкость синимъ кобальтовымъ стекломъ, пропускающимъ только химическіе лучи (голубые, фіолетовые, ультра-фіолетовые и частію крайніе красные).

Естественно, что флюоресценція растительнаго земнаго покрова должна принадлежать къ ежедневнымъ явленіямъ при ясномъ небѣ; и дѣйствительно зеленныя листья или растворъ хлорофила, разсматриваемыя черезъ кобальтовое стекло даже въ полномъ солнечномъ свѣтѣ представляются въ рубиновомъ, или буро-красномъ цвѣтѣ. Поэтому, заключаетъ Г. Зиммеръ, то что мы въ нашихъ кабинетахъ достигаемъ при помощи діафрагмъ, собирательныхъ и цвѣтныхъ стеколъ, то же производить для насъ луна, покрывающая солнце, т. е. она умѣряетъ слишкомъ яркіе лучи и позволяетъ намъ видѣть лучи флюоресцирующаго свѣта, которые и придаютъ этотъ особенный, магическій характеръ освѣщенію во время солнечныхъ затмѣній.

Г. Зиммеръ устроилъ даже особенный приборъ названный имъ Эритрофитоскопъ (*Erythrophytoskop*) или проще Эритроскопъ, служащій для наблюденія явленной флюоресценціи, — родъ двойной оперной трубки съ цвѣтными стеклами, оправа коихъ позволяетъ плотно приложиться глазами, такъ чтобы совершенно устранить посторонній свѣтъ. Каждая трубочка за-

ключаетъ 2 стекла: одно синее кобальтовое, толщиною $1,5^{mm}$ и другое желтое такой же толщины; послѣднее служить къ тому, чтобы задержать фіолетовые лучи разсѣяннаго свѣта. Выборъ этого стекла основывается на опытѣ со спектромъ; наилучшее стекло то, которое пропускаетъ лучи всего краснаго конца спектра до линіи G; другое же стекло, окрашенное равномерно во всей своей массѣ, какъ показала опытъ, пропускаетъ полосу крайняго краснаго конца, узкую полосу желто-зеленаго, большую часть зеленыхъ оттѣнковъ, всѣ голубые и синіе. Г. Зиммеръ утверждаетъ, что этотъ простой инструментъ, который легко можетъ быть устроенъ каждымъ желающимъ на основаніи только что упомянутой пробы со спектромъ, представляетъ не только весьма привлекательную оптическую игрушку, какихъ довольно во всѣхъ физическихъ кабинетахъ; но вмѣстѣ съ тѣмъ можетъ имѣть и практическую важность, какъ приборъ анализирующій природу цвѣтнаго зеленого вещества; ибо всѣ растительныя краски флюоресцируютъ и потому являются въ Эритроскопѣ рубиново-красными; минеральныя же остаются неизмѣнными. Мы приведемъ еще нѣсколько болѣе любопытныхъ цвѣтныхъ метаморфозъ. Особенности интенсивно рубинового цвѣта представляется свѣжая весенняя зелень; всѣ цвѣтки оранжевыя, желтыя и коричневыя представляютъ оттѣнокъ кроваво-краснаго цвѣта. Сломанный стебель *Chelidonium majus* съ эго оранжево-желтымъ сокомъ представляетъ удивительное сходство съ открытою, истекающею кровью раню. Такъ какъ аппаратъ устраняетъ совершенно бѣлый разсѣянный свѣтъ, коего источникомъ въ атмосферѣ служатъ пары, поэтому синевя неба представляется совершенною и поблизи зенита переходить почти въ черный цвѣтъ. Золотистаго цвѣта облака, видимыя часто при восхожденіи или захожденіи солнца, кажутся въ блестящемъ кармино-красномъ цвѣтѣ, равно какъ и всѣ почти красныя цвѣта, исключая спектровыхъ между B и C—всѣма рѣдко встрѣчающихся въ природѣ чистыми—которые совѣтъ не могутъ быть видимыми. Всѣ желтые металлы и сплавы, равно какъ темно бурныя цвѣта дерева, шерсти животныхъ, табаку и даже человеческой кожи представляются красными въ различныхъ оттѣнкахъ. Растительный зеленый покровъ представляется краснымъ даже и ночью при освѣщеніи молніею. Растительное или минеральное происхожденіе зеленыхъ красокъ различныхъ матерій, какъ напр. кожи сукна и т. д. Эритроскопъ открываетъ на первый взглядъ.

— Г. Даммеръ приводитъ одно изъ замѣчательныхъ наблюдаемыхъ имъ явленій флюоресценціи теплоты. Извѣстно наблюденіе Меллони, что солнечныя лучи могутъ проходить черезъ кусокъ чистаго льда не растаивая его и падая потомъ напр. на стволъ дерева, отражаются на лежащій вокругъ свѣтъ и заставляютъ его таять. Г. Даммеръ наблюдалъ образованіе слоя льда въ полуфута толщиною, на поверхности котораго остались вмерзшими древесныя листья. Отъ дѣйствія солнца подъ каждымъ листкомъ образовалась пустота совершенно соответствующая очертаніямъ покрывающаго ее листка, служившаго какъ бы самою аккуратною крышкою. Къ низу пустота однако разширилась, но форма не измѣнялась. Въ другомъ мѣстѣ, гдѣ послѣ-

перваго мороза прикрѣпившаго листьа къ поверхности льда, послѣдовало наводненіе и снова затѣмъ морозъ, такъ, что листьа оказались въ срединѣ ледяной массы: дѣйствіе солнечныхъ лучей было точно такое же, какъ выше описано, на части льда подъ листьами, тогда какъ слой сверху оныхъ оставался еще совершенно не тронутымъ. Это явленіе представляетъ полную аналогію съ явленіемъ замѣченнымъ первоначально Меллони.

— Въ засѣданіи Саксонскаго Ученаго Общества, 12 Декабря 1861 года, Г. Федерсенъ представилъ замѣтку относительно особеннаго раздѣленія тока при разряженіи Лейденской батареи. Извѣстно, что когда электрическій зарядъ проходитъ въ весьма короткое время черезъ проводникъ гальванометра, то уголъ перваго отклоненія магнита пропорціоналенъ количеству электричества. Гальванометръ, употребленный Г. Федерсенъ, состоялъ изъ магнитной полоски повѣшенной на шелковинкѣ, съ хорошо изолированными другъ отъ друга оборотами спирали, которая состояла изъ двухъ частей, расположенныхъ симметрично относительно магнита и введенныхъ въ цѣпь такимъ образомъ, что токъ, проходя по онымъ въ одно время, раздѣлялся на двѣ части, и дѣйствіе обѣихъ спиралей на магнитъ, при одинаковомъ количествѣ электричества, было одинаково. Соединеніе концовъ проволокъ спиралей съ главнымъ проводникомъ могло быть двоякое: 1, если токъ пробѣгалъ по нимъ въ одномъ и томъ же направленіи, то цѣлое производимое имъ отклоненіе составлялось изъ суммы количествъ электричества, проходящаго по обѣимъ спираламъ, т. е. $A = a + b$; 2, Если упомянутое соединеніе было таково, что дѣйствія на магнитъ были противоположны, то получаемое общее отклоненіе должно было быть $B = a - b$. Во всякомъ случаѣ B должно быть менѣе A ; а если спирали были совершенно одинаковы, то отклоненія, какъ и показывалъ опытъ, совершенно не обнаруживались. Когда же въ этомъ послѣднемъ случаѣ въ обѣ вѣтви проводника вставлялось короткое пространство, наполненное разряженнымъ воздухомъ, въ которомъ электродами служили съ одной стороны пластинка, а съ другой — остріе, такъ, что токъ въ одной вѣтви принужденъ былъ перескакивать отъ острія къ пластинкѣ, а въ другой — отъ пластинки къ острію, то отсюда получалось различіе въ отклоняющемъ дѣйствіи обѣихъ спиралей, которое могло зависеть отчасти и отъ неравенства длины обѣихъ прерывающихъ токъ пространствъ. Во всякомъ случаѣ величина отклоненія, по предыдущему замѣчанію, не могла бы превосходить A . Между тѣмъ опытъ показалъ, что въ этомъ случаѣ отклоненіе было въ 10 и даже въ 16 разъ больше A . Такое же увеличеніе отклоняющаго дѣйствія было наблюдаемо и тогда, когда вмѣсто разряженнаго воздуха вводились были жидкости и дѣйствіе обнаруживалось тѣмъ сильнѣе, чѣмъ употребляемая жидкость была худшимъ проводникомъ; направленіе же отклоненія было такимъ, какъ если бы существовалъ положительный токъ отъ электрода-пластинки къ острію.

Изъ опытовъ, произведенныхъ съ разряженнымъ воздухомъ, выведены авторомъ слѣдующія заключенія: 1, Съ увеличеніемъ степени разряженія воздуха болѣе и болѣе уменьшалось приращеніе въ уголъ отклоненія; 2, небольшая разность въ длинѣ прерывающихъ пространствъ оставалась безъ замѣтнаго вліянія на отклоненіе; 3, Съ увеличеніемъ электрической поверхности при постоянной длинѣ прерывателя увеличивалось отклоненіе однако непропорціонально, но медленнѣе; 4, Также при увеличеніи длины прерывателя при постоянной электрической поверхности отклоненіе увеличивалось; 5, Сопротивленіе замыкающей дуги обнаруживало наибольшее вліяніе на увеличеніе отклоненія: съ увеличеніемъ сопротивленія послѣднее уменьшалось и при предѣльной величинѣ сопротивленія наступало уже уменьшеніе отклоненія, такъ, что оно дѣлалось менѣе A ; 6, Если сопротивленіе превышало предѣльную величину, то не только величина отклоненія дѣлалась измѣнчивою и неопредѣленною, а также и направленіе; вмѣстѣ съ тѣмъ цѣпныя явленія въ безвоздушномъ пространствѣ получали совершенно особенный характеръ.

Гогенъ первый обратилъ вниманіе на то, что индукціонный токъ съ неодинаковою легкостію пробиваетъ разряженное пространство, смотря потому переходитъ ли положительное электричество отъ ограниченнаго пункта къ болѣе или менѣе широкой поверхности, или же на оборотъ. Но это замѣчаніе нисколько не объясняетъ чрезвычайнаго увеличенія отклоненія, какое было обнаружено при вышеизложенныхъ опытахъ. Самъ авторъ замѣчаетъ, что ему кажется всякое объясненіе невозможнымъ до тѣхъ поръ, пока теорія будетъ держаться представленія непрерывнаго или прерывнаго теченія электричества.

Замѣченные опечатки и ошибки въ статьѣ Г-на Петрушевскаго **ММ** 25 26 и 27.

	напечатано	должно быть
Ст. Строк.		
2. 19	относительнаго	относительно
3. 12 снизу	опредѣленнымъ	опредѣляемымъ
4. послѣдняя	$\frac{dW_1}{dW_n} = z$ и проч.	$\frac{dW_1}{dW_n} = z$ и проч. $= P$
6. снизу	при движеніи, стрѣлка произведетъ движеніе	при движеніи стрѣлки произойдетъ измѣненіе
— послѣдняя	$\frac{3}{2}$ (въ показателѣ)	$\frac{5}{2}$
9. послѣдняя	A'	A
11. въ фор. (1)	$= \sqrt{(D^2 + R^2)^2 + \dots}$	$= \sqrt{(D^2 - R^2)^2 + \dots}$
— въ фор. (2)	$y = D^2 - R^2$	$y = \sqrt{D^2 - R^2}$
14. 13 снизу	$z^2 (x^2 + y^2)^5$	$z^2 (x^2 + q^2)^5$
— 12 —		
во 2-й части урав.	$x^6 + 3x^2t^2 + \text{и т. д.}$	$x^6 + 3x^4t^2 + \text{и т. д.}$
17. Табл. 4.	Тотъ же магнитъ	Магнитъ
19. Табл. 10.	Среднее 18,6	Среднее 18,5